國立臺灣師範大學數學系
112 學年度大學申請入學指定項目甄試試題

筆試二　填充題

說明與注意事項：
(甲) 本試卷共十題（共一頁），每題 10 分，合計 100 分。
(乙) 作答時間 90 分鐘（下午 3：30～5：00）。
(丙) 請將答案寫在答案本內，否則不予計分。
(丁) 答案需註明題號，但不需寫計算過程，答案若為分數請化為最簡分數。
(戊) 交卷時答案本與本試卷一併交回。

1. 坐標平面上的兩直線參數式分別為
$$L_1: x=5+2t,\ y=2-t,\quad L_2: x=3+t,\ y=2-t,$$
且兩線交點為 P，則以原點為圓心且通過 P 點的圓之方程式為__(一)__。

2. 坐標空間中，給定直線 $\frac{x}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-2}{1}$ 上的兩點 A 與 $B(0,1,2)$。設 B 對平面 $x+2y+2z=15$ 的對稱點為 C。已知 $\overline{AB}=12$，則 ΔABC 的面積為__(二)__。

3. 在 ΔABC 中，$\overline{AC}=1,\ \overline{AB}=c,\ \angle A=\frac{2}{3}\pi$。若 $\angle A$ 的內角平分線交 $\overline{BC}$ 於 D，則 $\overline{CD}$ 的長度為__(三)__。

4. 在坐標平面上，已知 $y=f(x)$ 的圖形與 $y=\left(\frac{1}{3}\right)^x$ 的圖形關於 $x+y=0$ 對稱，則不等式 $f(2x-x^2)>0$ 的解為__(四)__。

5. 一袋中有 1 號球 1 個，2 號球 2 個，…，n 號球 n 個。今隨機取一球，則所得號碼的期望值為__(五)__。

6. 化簡 $(1+\sqrt{3}\tan 18°)(1+\sqrt{3}\tan 26°)(1+\sqrt{3}\tan 34°)(1+\sqrt{3}\tan 42°)=$__(六)__。

7. 坐標平面上，$\vec{e}$ 為單位向量。向量 $\vec{a},\vec{b}$ 滿足 $\left|\vec{a}-\vec{b}\right|=2$，且內積 $\vec{a}\cdot\vec{e}=1,\ \vec{b}\cdot\vec{e}=2$，則 $\vec{a}\cdot\vec{b}$ 的最小值為__(七)__。

8. 設 $a_1,a_2,\ldots,a_n$ 是由數字 1 與 -1 排成的 n 項數列。此數列滿足「$a_1+a_2+\cdots+a_n=4$」且「任取其中兩相異項，乘積等於 1 的機率等於 $\frac{4}{7}$」，則滿足這樣條件的數列有__(八)__種。

9. 已知 $f(x)$ 為圖形過原點的多項式，且 $f'(0)=2$。假設 $g(x)=f\left(3f\left(4f(x)\right)\right)$，則 $g'(0)=$__(九)__。

10. 求 $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n^5}\left(1^4+2^4+3^4+\cdots+n^4\right)=$__(十)__。