

國立臺灣師範大學數學系

110學年度大學申請入學指定項目甄試試題

筆試二 填充題

說明與注意事項：

- (甲) 本試卷共十題（共兩頁），每題10分，合計100分。
- (乙) 作答時間90分鐘（下午3:30~5:00）。
- (丙) 請將答案寫在答案本內，否則不予計分。
- (丁) 答案需註明題號，但不需寫計算過程，答案若為分數請化為最簡分數。
- (戊) 交卷時答案本與本試卷一併交回。

1. 設 \vec{a}, \vec{b} 為兩不平行的非零向量， $t = k$ 為滿足 $|\vec{a} + t\vec{b}|$ 為最小的實數。若 \vec{b} 與 $\vec{a} + k\vec{b}$ 的夾角為 θ ，其中 $0 \leq \theta \leq \pi$ ，則 $\sin \frac{\theta}{3} =$ (一) 。
2. 設 a, b, c, d 為實係數四次方程式 $x^4 + 3x^3 + x + 2 = 0$ 的四個複數根，則 $(a^2 - 2)(b^2 - 2)(c^2 - 2)(d^2 - 2) =$ (二) 。
3. 擲一個公正的六面骰子四次，得到點數和為 13 的機率為 (三) 。
4. 已知數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足 $a_1 = \frac{2}{3}$ ，且 $\frac{a_n}{a_{n-1}} = \frac{2n-3}{2n+1}$ ， $n = 2, 3, 4, \dots$ ，則 $\sum_{n=1}^{110} a_n =$ (四) 。
5. 已知集合 $A = \{1, 2, 3\}$ ， $B = \{4, 5, 6\}$ ，而 $f(x)$ 是由定義域 A 到對應域 B 的函數且滿足其值域不等於 B ，則這樣的函數有 (五) 個。
6. 將拋物線 $C : y = 3x^2$ 的圖形平移使其頂點為 $(2a, b)$ ，得到的新曲線記為 C_1 。已知 C_1 通過點 $(a, 0)$ 且與直線 $2x + y = 1$ 相切，則數對 $(a, b) =$ (六) 。

7. 在 $\triangle ABC$ 中，若 $\frac{\sin A + \sqrt{3} \cos A}{\cos A - \sqrt{3} \sin A} = \tan \frac{7\pi}{12}$ ，則 $\sin 2B + 2 \cos C$ 的最大值為 (七) 。

8. 有六個人和六張不同數字的卡片，每人各抽一張卡片，第一和第一人比較卡片的數字，數字較大者繼續和第三人比較卡片的數字，數字較大者繼續和下一人比較卡片的數字，持續到六個人的卡片都比較完。則第三人比較 4 次的機率為 (八) 。

9. 已知 a, b 均為正數，則 $\sqrt{(\log \sqrt{a} - b)^2 + (\log \frac{100}{a} + b^2 + 1)^2}$ 的最小值為 (九) 。

10. 空間中有兩條歪斜線 L_1 與 L_2 ，在 L_1 上依序有 A, B, C 三點且 $\overline{AB} = \overline{BC}$ ，過 A, B, C 分別作 L_2 的垂線 $\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BE}, \overrightarrow{CF}$ ，垂足依次是 D, E, F 。若 $\overline{AD} = \sqrt{15}$ ， $\overline{BE} = \frac{7}{2}$ ， $\overline{CF} = \sqrt{10}$ ，則 L_1 與 L_2 的距離為 (十) 。