

國立臺灣師範大學 104 學年度學士班二年級轉學生招生考試試題

科目：高中數學

適用學系(組)：數學系

注意：1. 本試題共 2 頁，請依序作答，並標明題號，不必抄題。

2. 答案必須寫在答案卷上之指定作答區內，否則依規定予以扣分。

一. 計算證明題(共 3 題，共 60 分)

1. 設 $\frac{x^2}{p^2} + \frac{y^2}{q^2} = 1, p > q > 0$ ，為平面上的一個橢圓，且 f_1 和 f_2 為此橢圓的焦點。

若 A 為橢圓上一點，且 L 為過此點的切線。

(1) 如果 L_1 和 L_2 分別為 f_1 和 f_2 到 L 的距離，試證 $L_1 \times L_2$ 的值和 A 點無關。

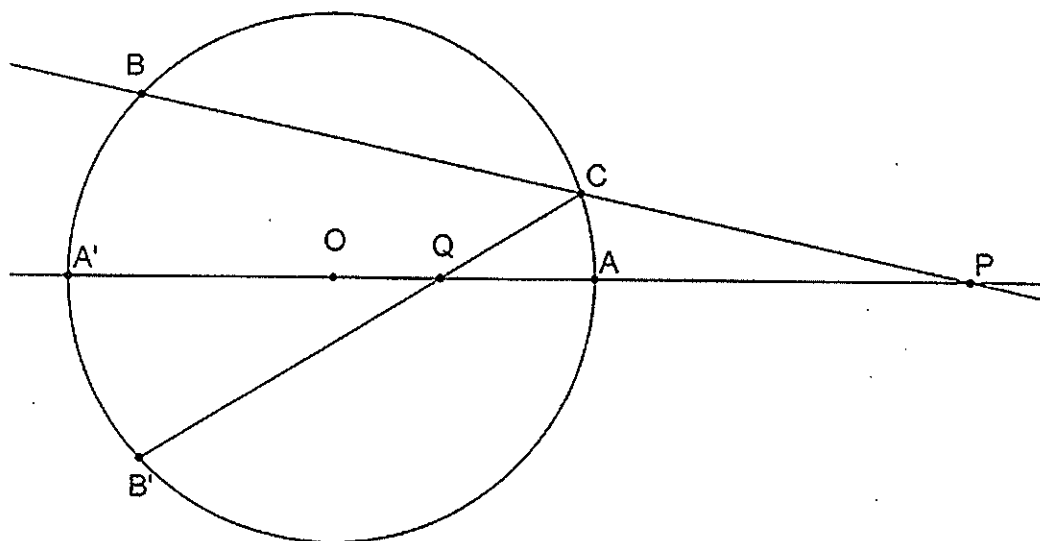
(15 分)

(2) 設直線 Af_1 和 L 的夾角為 $\alpha_1 (\alpha_1 \leq \pi/2)$ ，直線 Af_2 和 L 的夾角為 $\alpha_2 (\alpha_2 \leq \pi/2)$ ，

試證 $\alpha_1 = \alpha_2$ 。(15 分)

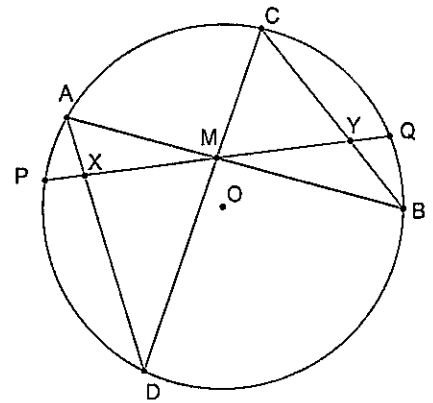
2. 如圖二，圓 O 為單位圓， P 為圓外一點且線段 OP 的長度為 3，過 P 點任作異於直線 OP 的直線且交圓 O 於 B, C 兩點(此兩點不一定相異)。設 B' 點為 B 點相對於直線 OP 的對稱點，且線段 $B'C$ 交直線 OP 於 Q 點，試證明線段 OQ 的長度為 $\frac{1}{3}$ 。

(15 分)



圖二

3. 如圖一，若PQ為圓O的任一個弦，M為弦PQ的中點。設AB和CD為過M點的任意兩條弦，且兩弦AD和BC交PQ於X和Y，試證M為線段XY的中點。



圖一

(15分)

二. 單選題 (共5題，每題8分，共40分)

- 設 $f(x)$ 為一多項式，若 $(x+1) \cdot f(x)$ 除以 $x^2 + 3x + 1$ 的餘式為 $5x + 3$ ，則 $f(x)$ 除以 $x^2 + 3x + 1$ 的餘式為多少？
 (A) $-5x + 3$ (B) $-5x + 2$ (C) $-2x + 1$ (D) $2x + 5$ (E) $5x + 3$
- 試求 $(x^2 - \frac{3}{x})^8$ 展開式中， x^{10} 項係數為多少？
 (A) 125 (B) 135 (C) 216 (D) 252 (E) 320
- 計算 $7^3 + 8^3 + 9^3 + 10^3 + 11^3 + 12^3$ 之值為多少？
 (A) 1044 (B) 1406 (C) 3568 (D) 4123 (E) 5643
- 試求 $(\log_2 3 + \log_4 9)(\log_3 4 + \log_9 2) = ?$
 (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 100 (E) 114
- 因水源不足自來水公司計畫在未來一週的7天中選擇2天停止供水，為減少影響一般民眾用水，將採取不連續停水兩天以上的政策，試問自來水公司共有幾種選擇方式？
 (A) 15 (B) 16 (C) 18 (D) 25 (E) 31