

國立臺灣師範大學 103 學年度學士班二年級轉學生招生考試試題

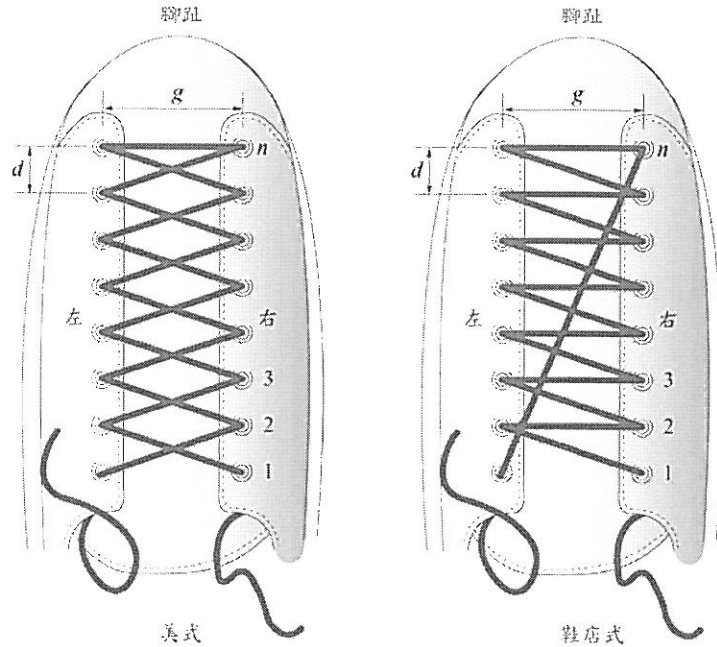
科目：高中數學

適用學系(組)：數學系

注意：1. 本試題共 2 頁，請依序作答，並標明題號，不必抄題。

2. 答案必須寫在答案卷上之指定作答區內，否則依規定予以扣分。

1. 綁鞋帶的方式五花八門，以下兩個圖案是常見的綁鞋帶方式，美式綁帶法與鞋店式綁帶法：



圖中的符號  $n$ 、 $d$  及  $g$  分別代表：

- 數目  $n$  ( $n \geq 2$ ) 是指鞋子左右兩側各有  $n$  個鞋帶孔。
- 距離  $d$  (公分) 為相鄰兩孔的距離。
- 間距  $g$  (公分) 為左右對應兩孔的間距。

若在穿孔之後打一個蝴蝶結，左右兩側的鞋帶各需 15 公分，則在上述兩種綁鞋帶的方式之中哪一種方式所需之鞋帶較短？並證明你的結論。

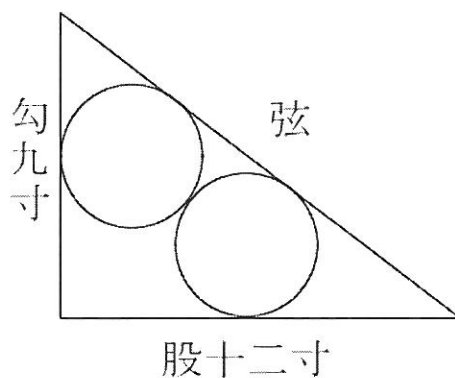
(20 分)

2. 設整數  $x$ 、 $y$  滿足  $\log x + \log y$  為整數，但  $\log x$ 、 $\log y$  及  $\log x^3 y^2$  都不是整數。

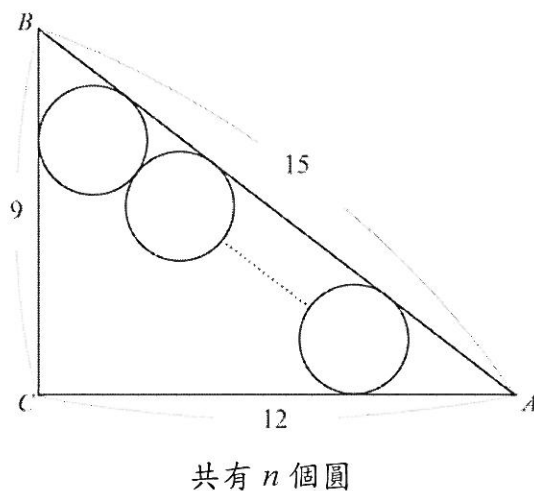
若  $x^3 y^2$  是一個 6 位數，則求所有的整數數對  $(x, y)$ 。

(20 分)

3. (1) 在一勾九寸、股十二寸的直角三角形內，有兩個直徑相同的圓，彼此相切，與邊也相切，如上圖所示。試求這兩個相同圓的半徑：



- (2) 在一勾九寸、股十二寸的直角三角形內，有  $n$  個直徑相同的圓，如下圖所示。試求這  $n$  個相同圓的半徑。



(20 分)

4. 已知有  $n$  個任意的正方形紙片，證明：可以用剪刀把它們剪開，然後組拼成一個新的正方形。

(20 分)

5. 某系舉辦系徽設計比賽，入圍決選的有四件作品，由 10 名學生代表進行不記名投票，每人投兩票，且兩票須投不同作品。在沒有廢票的情況下，試問：

- (1) 四件作品的得票情形共有幾種？
- (2) 得票數最高的作品恰有一件的票數分佈有幾種？

(20 分)