國立臺灣師範大學 102 學年度學士班二年級轉學生招生考試試題

科目：**高中數學**　　　適用學系（組）：**數學系**

注意：1.本試題共 2 頁，請依序作答，並標明題號，不必抄題。
2.答案必須寫在答案卷上之指定作答區內，否則依規定予以扣分。

一、填充題 (共 8 題，每題 5 分，共 40 分)

1. 多項式 $x^4+x^3-x^2-3x-6$ 與 $x^5+2x^4+4x^3+4x^2+3x+2$ 的最高公因式為＿＿＿＿＿。

2. 對數方程式 $\log_{10}(x^2-2x-5)<1$ 的解為＿＿＿＿＿。

3. 函數 $f(x)=\cos x+\cos 2x$ 的最小值為＿＿＿＿＿。

4. $\triangle ABC$ 的三邊長分別是 $\overline{AB}=12$、$\overline{AC}=5$、$\overline{BC}=13$，D 為 $\overline{AB}$ 邊上一點。若一圓以線段 $\overline{AD}$ 為直徑，且該圓與線段 $\overline{BC}$ 相切，則此圓的半徑為＿＿＿＿＿。

5. 將邊長為 1 的正立方體的所有頂點中選取其中四個連成正四面體，則該四面體的體積為＿＿＿＿＿。

6. 設 a 為實數。若三元聯立方程式 $\begin{cases} x+y+az=1 \\ x+ay+z=1 \\ ax+y+z=1 \end{cases}$ 無解，則 a 值為＿＿＿＿＿。

7. 使用 A, B, C, D, E, F 等字母排成 4 個字母的字串，任一字母可以重複使用，也可以不使用。如果 A, D 皆要使用，並且所有的 A 都要在出現所有的 D 的前方，這樣的字串共有＿＿＿＿＿組。

8. 坐標空間中，設點 (x,y,z) 落在球面 $(x-2)^2+y^2+z^2=9$ 上。則 $2x-3y+z$ 的最大可能值為＿＿＿＿＿。

(背面尚有試題)

二、計算證明題 (共 3 題，每題 20 分，共 60 分)

1. 請畫出函數 $f(x)=x^4-4x^3$ 的圖形。必須在圖上標出 x 軸及 y 軸的截距、極值點與反曲點。

2. 坐標平面上，已知橢圓 Γ 的兩個焦點分別為 $(0,0),(4,4)$，並且直線 $x+y=10$ 與 Γ 相切。
   (A) 試求直線 $x+y=10$ 與 Γ 相切的切點坐標。
   (B) 試求橢圓 Γ 的半短軸長。

3. Lucas 數列的定義是：$L_1=1$ 、 $L_2=3$ ； $L_n=L_{n-1}+L_{n-2}$ ， $n=3,4,5,\ldots$ 。
   (A) 試證 Lucas 數列 $\{L_n\}$ 中的任一項都不是 5 的倍數。
   (B) 在假設極限 $\lim_{n\to\infty}\frac{L_n}{L_{n-1}}$ 存在的情形下，求出該極限。

(試題結束)