

110 學年度北一區（花蓮高中）
普通型高級中等學校數理及資訊學科能力競賽
數學科筆試（二）試題

編號：_____（學生自填）

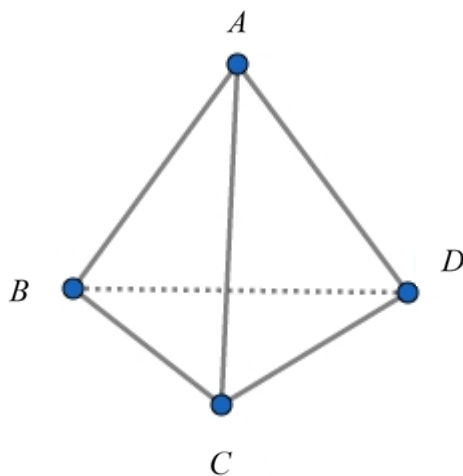
注意事項：

1. 本試卷共八題填充題，每題 3 分，滿分為 24 分。
 2. 考試時間：1 小時。
 3. 試題及計算紙必須連同答案卷交回。
 4. 將答案依序填寫在答案欄內。
-
1. 設 A 為坐標平面上滿足 $|x|+|y|\leq 1$ 的區域，則定義在 A 上的函數 $f(x, y) = x^2 - xy + y^2$ 之最大值為_____（一）_____。
 2. 對每一對實數 x, y ，函數 f 都滿足 $f(x) + f(y) = f(x + y) - xy - 1$ 。若 $f(1) = 1$ ，則滿足 $f(n) = n$ 的整數 n 有_____（二）_____個。
 3. 若三角形的三邊互不相等，且兩高長分別為 4, 12，又第三高長 h 也為整數，則 h 的最大值為_____（三）_____。
 4. 擲一枚不均勻的硬幣，假設正面朝上的機率是 $\frac{2}{3}$ ；如果擲 30 次，出現正面的總次數是偶數的機率為_____（四）_____。

《背面尚有試題》

5. 設 x, y, z 為三個正實數，其和為 1，且三數中的任何一個數不超過另一個數的兩倍；則 xyz 的最小值為 (五) 。

6. 設動點 P 每一次自正四面體 $ABCD$ 的一個頂點移至另一頂點的機率都是 $\frac{1}{3}$ 。現在 P 自 A 出發，移動 4 次又回到 A 且恰好經過一次 B 的機率為 (六) 。



7. 方程式 $\frac{xy}{x+y} = 11979$ 的正整數解 (x, y) 有 (七) 個。

8. 若 m, n 為整數且 $mn \geq 0$ ，則滿足 $m^3 + n^3 + 93mn = 31^3$ 的整數數對 (m, n) 有 (八) 組。

《試題結束》

110 學年度北一區 (花蓮高中)

普通型高級中等學校數理及資訊學科能力競賽

數學科筆試 (二) 解答

答 案 欄

(一)	(二)	(三)	(四)
1	2	5	$\frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{3^{30}}\right)$
(五)	(六)	(七)	(八)
$\frac{1}{32}$	$\frac{4}{27}$	35	33