

107 學年度高級中學數學科能力競賽決賽

口試試題

- 一、已知三次函數 $y=ax^3+bx^2+cx+d$ 的圖形和直線 $x=p, x=q, x=r, x=s$ 的交點分別是 P, Q, R, S (p, q, r, s 互不相同), 證明：直線 PQ 和 RS 的交點在 $y=ax^3+bx^2+cx+d$ 上
 $\Leftrightarrow p+q=r+s$ 。

- 二、已知 S 是一個正整數集合，至少有兩個元素，且元素兩兩不相等。

如果對於 S 的任何元素 a ，都可以將 $S-\{a\}$ 分成兩個不相交的集合使其元素和相等，則稱 S 是一個怪集合。

證明：怪集合必有奇數個元素。