

109 學年度高雄市高級中學數學科能力競賽試題 (二)

注意事項：(1)作答時間：1 小時。不可使用電算器。

(2)本試卷共五題，滿分 21 分。每題配分標於題末。請將計算及證明題演算過程或理由，依序寫在 答案卷 上。

(3)試題紙與答案卷請一併繳回。

(4)需使用黑色或藍色筆作答

1. 已知 a, b, c 三數滿足 $a + b + c - 3 = 0$ 且 $\frac{1}{a+2} + \frac{1}{b-5} + \frac{1}{c+9} = 0$ ，其中

$a \neq -2, b \neq 5, c \neq -9$ ，試求 $\sqrt{(a+2)^2 + (b-5)^2 + (c+9)^2}$ 之值。(4 分)

2. 已知 x, y, z 是正數且滿足
$$\begin{cases} 2x + 2y + xy = 18 \\ 2y + 2z + yz = 20 \\ 2x + 2z + xz = 29 \end{cases}$$
，試求 $x + y + z + xyz$ 之值。
(4 分)

3. $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = \overline{AC}$ ，且 D, E, F 三點分別在 $\overline{BC}, \overline{CA}, \overline{AB}$ 三邊上，使得 $\overline{DE} \parallel \overline{AB}$ 。如果 $\triangle BDF$ 之面積為 9， $\triangle AFE$ 之面積為 15， $\triangle DCE$ 之面積為 32，試求 $\triangle DEF$ 與 $\triangle ABC$ 面積之比值。
(4 分)

4. $\triangle ABC$ 中， $\angle ABC = 75^\circ, \angle BCA = 45^\circ$ ，如果 P 為 \overline{BC} 上的點使得 $\overline{BP} = 2\overline{PC}$ ，試求 $\angle APB$ 的度數。
(4 分)

5. 已知 a, b 均為四位數，滿足 $b = 3a$ 且 a, b 均由相同的數字組成(順序排列除外)，試求滿足這樣條件之最小的 a 值。(首位數字均不為零)
(5 分)