

109 學年度普通型高級中等學校數學科能力競賽試題

第 6 區(屏東高中) 筆試(二) 編號：_____

注意事項：

- (1) 時間分配：1 小時。
- (2) 本試卷共 4 題，滿分 21 分。第一題 5 分，第二題 5 分，第三題 5 分，第四題 6 分。
- (3) 將計算、證明過程依序寫在答案卷上。
- (4) 不可使用電算器
- (5) 試題與答案一同繳回。

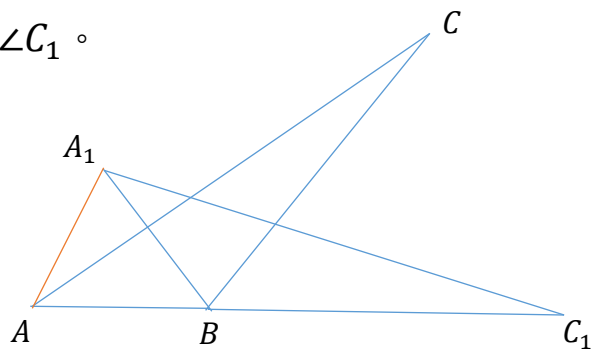
一、試求出所有且滿足下列條件的平方數(可化為某個整數的平方)。

- a. 大於 100，
- b. 個位數與十位數皆不為零，
- c. 將其以十進位表示，且去掉其個位數與十位數後仍然是一個平方數(非減去)。

二、已知一數列 13, 25, 43, ..., 它的第 n 項是 $a_n = 3(n^2 + n) + 7$ 。

證明：數列的任一項都不是整數的立方。

三、如下圖所示，將一個鈍角 $\triangle ABC$ (其中 $\angle ABC = 120^\circ$) 繞點 B 順時針旋轉得 $\triangle A_1BC_1$ ，使得 C 點落在 AB 的延長線上的點 C_1 處，連接 AA_1 ，試證： $\angle A_1AC = \angle C_1$ 。



四、令 $A = (2 + \sqrt{2})^n$ ， $B = (2 - \sqrt{2})^n$ ， n 為任意正整數。令

$A = I + F$ ， I 為 A 的整數部分， F 為 A 的小數部分，試證

$F + B = 1$ 。