109 學年度臺北市（陽明高中）
普通型高級中等學校數理及資訊學科能力競賽
數學科筆試（二）試題

編號：________________（學生自填）

注意事項：

1. 本試卷共七題填充題，每題 3 分，滿分為 21 分。
2. 考試時間：1 小時。
3. 試題及計算紙必須連同答案卷繳回。
4. 將答案填寫在答案欄內。

1. 若正整數 n 滿足 $\dfrac{(2^3-1)\times(3^3-1)\times(4^3-1)\times\cdots\times(n^3-1)}{(2^3+1)\times(3^3+1)\times(4^3+1)\times\cdots\times(n^3+1)}\geq\dfrac{401}{600}$，則 n 的最大值為 ____（一）____。

2. 若 $0<x<2\pi$，則 $y=(1+\cos\dfrac{x}{2})\sin\dfrac{x}{4}$ 的最大值為 ____（二）____。

3. 滿足 $(x^2-21x+109)^{x^2-212x+2020}=1$ 的所有實數 x 之總和為 ____（三）____。

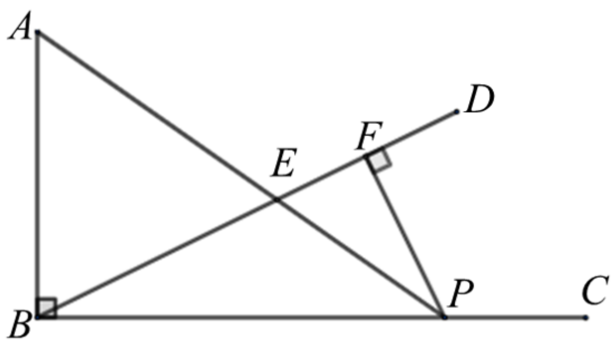
4. 若實數 α 與 β 滿足 $\begin{cases}\alpha^3-6\alpha^2+13\alpha=2020\\ \beta^3-3\beta^2+4\beta=-2008\end{cases}$，則 $\alpha+\beta=$ ____（四）____。

<背面尚有試題>

5. 在坐標空間中，兩直線 $L_1:\dfrac{x+1}{6}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-1}{3}$ 與 $L_2:\dfrac{x-a}{6}=\dfrac{y-b}{2}=\dfrac{z+2}{3}$ 均落在平面 $3x-6y-2z=c$ 上，其中 a,b,c 均為整數。若直線 L_1 與 L_2 之間的距離為 3，則 $a+b+c=$ ＿（五）＿。

6. 若正數 k 滿足：「對於任意的正數 a,b,c，如果 $a+b+c\le k$，就有 $abc\le k$」，則滿足上述條件的最大正數 $k=$ ＿（六）＿。

7. 如圖，$\angle ABC=90^\circ$，P 為射線 $\overrightarrow{BC}$ 上的動點，且 $\angle CBD$ 為銳角。設 $\sin\angle CBD=a$，$\overline{AP}$ 交 $\overline{BD}$ 於點 E，且 $\overline{PF}$ 垂直 $\overline{BD}$ 於點 F。若 $\overline{AB}=k$，則 $\overline{AP}-\overline{PF}$ 的最小值為 ＿（七）＿。（以 a,k 的數學式表示）



<試題結束>