

109 學年度北二區(新竹高中)
普通型高級中等學校數理及資訊學科能力競賽
數學科筆試(一) 試題

編號：_____ (學生自填)

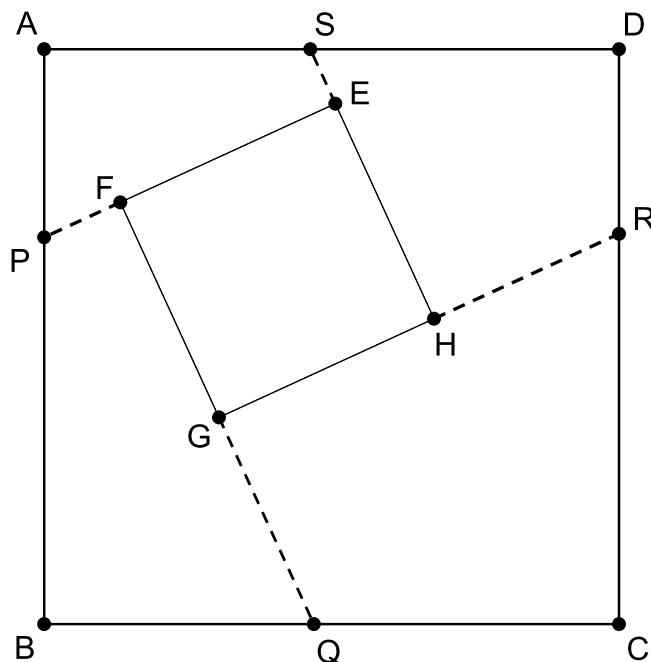
注意事項：

1. 本試卷共三題計算證明題，滿分為 49 分。
2. 考試時間：2 小時。
3. 試題及計算紙必須連同答案卷交回。
4. 將演算過程依序填寫在答案卷內。

問題一： 如下圖，一大正方形 $ABCD$ 內有一小正方形 $EFGH$ ，延長射線 EF, FG, GH, HE 與大正方形 $ABCD$ 的四邊依序交於 P, Q, R, S 點，求證：

1. $\overline{PR} \perp \overline{SQ}$.

2. $\overline{PR} = \overline{SQ}$.



(16 分)

問題二： 今有兩種拼片可使用：由三個單位正方形構成的 L 形拼片，以及 2×2 的正方形拼片。拼片皆可以任意旋轉或翻轉，但不能重疊，兩種拼片數量皆足夠。已知選用了一些拼片恰好可拼滿 7×9 的矩形，其中 2×2 的拼片使用了 n 個 ($n \geq 0$)。

1. 試找出 $n = 3$ 的一種拼法。
2. 求出所有可能的 n 值。

(16 分)

問題三： 設 a_1, a_2, \dots, a_n 為 n 個均大於 1 的實數，試證：

$$\frac{a_1^2}{a_2 - 1} + \frac{a_2^2}{a_3 - 1} + \frac{a_3^2}{a_4 - 1} + \cdots + \frac{a_{n-1}^2}{a_n - 1} + \frac{a_n^2}{a_1 - 1} \geq 4n.$$

(17 分)